CECYTE Campeche

Trabajos Colegiados Estatales Virtuales

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Francisco de la Paz Cimé Jiménez
Angélica Cabral Rodríguez
Elisa del Carmen Zapata Alonso

PRESENTACIÓN

Querido alumno:

En la familia CECyTEC tenemos un gran compromiso, la enorme tarea de que ustedes, nuestros alumnos, logren sus metas y sus objetivos. Con estos libros de trabajo estamos dándoles las herramientas que les permitan desarrollar sus conocimientos y habilidades para tener un buen desempeño académico.

Dedícate tiempo de manera inteligente para desarrollar tus habilidades y destrezas. Ten muy claras tus metas. Recuerda que solo con educación podemos construir un futuro prometedor, un mejor país, un mejor estado, un mejor municipio y una mejor familia.

Aprende a soñar. Lucha por tus sueños. Te auguro que serás siempre un triunfador.

¡Estás a muy poco de lograr el éxito!

Mtra. Margarita Nelly Duarte Quijano

Directora General del CECyTEC

Libro de Trabajo
Febrero - Julio 2022

Probabilidad y Estadística

Primer Parcial

Plantel: _____

Nombre del Alumno: _____

Carrera: _____

Semestre:_____ Grupo:_____

Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Campeche

Eje: Del manejo de la información al pensamiento estocástico

Componentes: Riesgo, inferencia y aleatoriedad: Elementos de la Estadística y la Probabilidad.

Contenido central:
• Conceptos básicos de Estadística y Probabilidad.
• Recolección de datos y su clasificación en clases.
• Uso del conteo y la probabilidad para eventos.
• Concepto de riesgo en situaciones contextuales.
• Contextualización de los elementos de probabilidad condicional e interpretación intuitiva del teorema de Bayes (probabilidad subjetiva).

Contenido específico:

- Nociones y conceptos básicos de estadística y probabilidad.
- Enfoques de probabilidad. ¿Qué significa cada enfoque de probabilidad?, ¿qué significan las medidas de tendencia central?, ¿para qué obtener estos valores?
- Técnicas de conteo y agrupación en clases para la determinación de probabilidades.
- ¿Qué es el riego?, ¿qué papel juega la probabilidad y estadística en el estudio del riesgo?
- Usos de la estadística y probabilidad en situaciones dadas.
- Análisis de la información.
- Nociones de incertidumbre, azar y aleatoriedad.
- Tipos de eventos en el estudio de la probabilidad.

Aprendizajes esperados:

- Usa un lenguaje propio para situaciones de la probabilidad.
- Usa técnicas de conteo o agrupación en la determinación de la probabilidad.
- Reconoce la diversidad de situaciones

Apertura

En este bloque vas a aprender qué es la Estadística, cuáles son sus partes y las aplicaciones que puede tener en tu vida cotidiana.
En primer lugar, aprenderás qué son una variable y una constante, qué es la variabilidad y qué tipos de variables existen.

En segundo lugar, manejarás algunos de los instrumentos que te permiten recolectar datos y organizarlos para que posteriormente puedas interpretarlos. Por último, podrás representar la información recabada en tablas o gráficas y hacer una primera interpretación de los datos.

Para que tu aprendizaje sea significativo, a lo largo de todo el bloque te presentaremos información relacionada con tu vida diaria.
En nuestro diario vivir nos encontramos en revistas, periódicos y otros medios información como la siguiente:

México, el tercer país con más jóvenes que no estudian ni trabajan: OCDE.

(Notimex) - México tiene el tercer porcentaje más alto de jóvenes que no estudian ni trabajan, entre los 34 países de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE), sólo por debajo de Turquía e Israel.

El informe Panorama de la Educación 2013 de la OCDE revela que el 24.7% de los jóvenes mexicanos de 15 a 29 años no tienen trabajo ni asisten a la escuela, un nivel que se ha mantenido por casi una década. Del porcentaje de jóvenes que no estudian ni tienen empleo en México, las mujeres encabezan la cifra nacional, según la organización.

Disponible: http://mexico.cnn.com/nacional/2013/06/25/mexico-el-tercer-pais-con-mas-jovenes-que-no-estudian-ni-trabaja-ocde Consultado el 21 de abril de 2015.

De 100 partidos, Chivas sólo ha ganado 26

En el último centenar de duelos el 'Rebaño' acumula casi la mitad de derrotas lo que explica la triste actualidad del conjunto tapatío.

MÉXICO, D.F.- Los números que Chivas presenta en los últimos cien partidos disputados en la liga local son un claro reflejo del porqué hoy se ubican en la parte baja de la tabla porcentual. En el último centenar de sus cotejos, Chivas ha acumulado 44 derrotas y 30 empates, registrando la alarmante cifra de sólo 26 triunfos, de los cuales 14 fueron en el Omnilife, por 12 en campo ajeno.

Su estadio, a pesar de ser el escenario en el que más victorias han conseguido, también representa un cheque en blanco para aquellas escuadras que lo visitan, pues en 35 ocasiones sus rivales lograron cosechar al menos un punto del campo del Ominilfe. Chivas ha regalado 78 unidades repartidas en derrotas y empates jugando como local.

Disponible en: SIPSE en línea. "De 100 partidos, Chivas sólo ha ganado 26", Por Héctor Ortiz de Milenio. 19 de agosto de 2014 en http://sipse.com/deportes/liga-mx-crisis-chivas-de-guadalajara-porcentaje-de-descenso-107823.html Consultado el 17 de abril de 2015.

MXN/ USD - Pesos mexicanos por dólar

Fecha	Apertura	Cierre	Dif.%	Máximo	Mínimo	Volumen
28/04/2015	15,3664	15,2681	-0,65	15,4000	15,1873	15.300.417
27/04/2015	15,3910	15,3673	-0,15	15,4339	15,2903	15.399.976
26/04/2015	15,4113	15,3905	0,11	15,4255	15,3597	15.424.017
25/04/2015	15,3735	15,3735	0,00	15,3735	15,3735	154.072
24/04/2015	15,3410	15,3735	0,20	15,4440	15,2955	15.407.067

Disponible en: http://www.finanzas.com/divisas/usd-mxn/ Consultado el 21 de abril de 2015.

Toda esta información son datos estadísticos y es parte de nuestra vida cotidiana, de lo que platicamos con nuestras familias, amigos, compañeros de la escuela o del trabajo. Contar con ella y saber analizarla nos ayuda a tomar decisiones. Por ejemplo, si te preguntan si el equipo ganará su próximo partido, ¿cuál sería tu respuesta en términos de probabilidad que tiene ese equipo de ganar su próximo partido?

Desarrollo

MANEJO DE LA INFORMACION: Nociones y conceptos basicos.
1.1 Población, muestra y tipos de variables.

La mayoría de las ciencias avanza y crea marcos teóricos, comprobando con la observación directa de todo lo conocido. Un ejemplo es el de las aves, hasta hace unos cientos de años los biólogos tenían a un conjunto de animales que tenían pico, todos ellos eran aves, ya sabes; con plumas, dos patas, forma conocida, etc. En base a ellas se crearon libros, categorías, cursos completos. Cuando se conoció para el mundo Europeo – Americano al ornitorrinco, la mayoría de las teorías al respecto se vinieron abajo.
Con lo anterior queremos establecer que, para hacer una afirmación científica absoluta, deberíamos conocer a TODOS los elementos que vamos a estudiar, esto es en ocasiones imposible, de ahí que se han desarrollado técnicas para el análisis de una parte de los elementos a estudiar.

Reflexiona lo siguiente: Si quisiéramos saber el número de habitantes de un estado o municipio, tardaríamos varias semanas en contar a todos y cada uno de ellos, cuando finalmente terminamos, ya nacieron o fallecieron algunos de sus habitantes.

Es por ello que se hacen estudios de una porción de los habitantes y luego se generaliza. Esto también es aplicable a la industria en general. Algunos conceptos importantes:

La **Población o Universo** es todo conjunto de personas, cosas, objetos, etc., con ciertas características comunes que puede ser finita o infinita.

La **Muestra** es toda porción de elementos tomada de una población, entre más grande sea la muestra, será más representativa de la población.

El **Muestreo** es el procedimiento por el cual se recopila información de los elementos de una muestra, existen varias formas de realizar el muestreo, unas son más sencillas que otras, otras más económicas y otras más representativas.

EJEMPLOS:

Ejemplo 1: Se desea estudiar las características económicas de un estado de la República Mexicana. Escribe tu propuesta de un ejemplo de Universo, Muestra y elemento.

Ejemplo 2: Se desea estudiar la socioeconomía de los alumnos del CECyTE Campeche, TV.

Para facilitar el estudio, se decide tomar como muestra a un grupo al azar. Escribe tu propuesta de un ejemplo de Universo, Muestra y elemento.

UNIVERSO: alumnos del CECyTE Campeche, TV
MUESTRA: Alumnos de Alimentos 5D
ELEMENTO: Marco Zetina de Pérez

Una **Variable** se puede representar con un símbolo tal como x, y, a, b, que puede tomar un valor cualquiera. Si esta variable solamente toma un valor, se le llama **Constante**.

Alumno	Promedio
Francisco	9.2
Felipe	8.7
Raúl	9.5
Jaime	8.0

Variable

En este caso el promedio es la variable.

Variables Nominales son las más simples y abundantes, su única función es la de clasificar en categorías y su orden es indistinto. NO tiene sentido realizar operaciones aritméticas con ellas.

Ejemplo

	Estado Civil				
Variable →	Soltero	Casado	Divorciado	Viudo	Unión libre
Categoría →	1	2	3	4	5

Aquí los números carecen de propiedades solo sirven para distinguir un estado civil de otro, no significa que un estado civil sea mejor o mayor que otro.

Variables Ordinales clasifican las observaciones en categorías que exigen ordenación, su variable operacional es una escala ordinal de mayor a menor.

	Grado de Alcoholismo			
Variable →	Abstemio	Ocasional	Regular	Constante
Escala de medición →	1	2	3	4

NO tiene sentido realizar operaciones aritméticas con ellas.

Variables Continuas Son las que pueden tomar cualquier valor fijo dentro de un intervalo, siempre entre dos valores observables, va a existir un tercer valor intermedio, que también podría tomar la variable continua.

Ejemplo

Variable →	Estatura (escuela primaria)						
Escala de medición →	1.10m	1.2m	1.21m	1.215m	1.35m	1.352m	1.40m

Una variable continua toma valores a lo largo de un continuo, esto es, en todo un intervalo de valores. Un atributo esencial de una variable continua es que, a diferencia de una variable discreta, nunca puede ser medida con exactitud; el valor observado depende en gran medida de la precisión de los instrumentos de medición. Con una variable continua hay inevitablemente un error de medida.

Variables Discretas son las que toman solo algunos valores dentro de un intervalo, por ejemplo, valores enteros. Al indicar el número de hijos que tiene una familia, el número de recámaras de una casa, el número de mascotas, etc.

Ejemplo

Variable →	Número de hijos por familia						
Escala de medición →	1	2	3	4	5	6	7 o más

1.2 Tablas estadísticas.

Efectuada la toma de datos (recolección), hay que contar y clasificarlos (ordenación) de manera clara y significativa para su fácil manejo, para ello se recurre a la tabla estadística y su gráfico, de estos dos, la tabla es más importante, pues es la base de la construcción del gráfico y de su análisis; la tabla estadística consta de 3 partes: la cabeza, el cuerpo y el pie.
Imagina que estás leyendo un artículo de tipo científico, donde vienen múltiples datos, estos pueden abarcar varias hojas y es difícil de encontrar la información deseada. Ahora imagina que en lugar de este texto puedes ver una tabla con los datos esenciales. ¿Cuál preferirías analizar?

A continuación, se muestran dos formas de mostrar la misma información.

Ejemplo 1 (Texto)
El anuario estadístico de 1984 del Tecnológico de Campeche nos dice que hasta 1983 había 137 egresados, de los cuales de los cuales 80 fueron hombres y 57 mujeres repartidos como sigue: 1° generación feb 81 17 hombres y 11 mujeres, 2° generación ago. 81 23 y 15, 3° feb 82 11 y 10, 4° ago.
82 5 y 1 y la 5° feb 83 por 24 y 13.

Presenta esta información por generación en una tabla estadística.

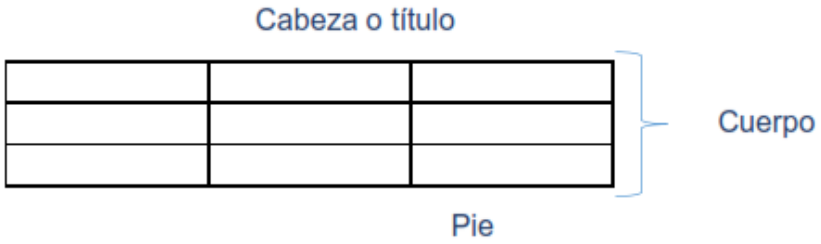
Ejemplo 1 (Tabla estadística)

Egresados del Tecnológico de Jiquilpan. México 1984

Generación	Fecha	Hombres	Mujeres	Total
1°	Feb 81	17	11	28
2°	Ago 81	23	15	38
3°	Feb 82	11	10	21
4°	Ago 82	5	1	6
5°	Feb 83	24	13	44

Fuente: anuario estadístico 1984, Tecnológico de Campeche.

Los elementos para tener una tabla estadística **COMPLETA** son:



La **Cabeza o Título** de la tabla ocupa la parte superior de la misma y contiene el **Titulo**, el cual expresa claramente el contenido o significación de la información, el **Período** es el espacio del tiempo para el cual es válida la información y la **Unidad de Medida**, siempre y cuando sea común a toda la información.

El **Cuerpo** está localizado en la parte central de la tabla y en él, se encuentra la esencia de la información, o sea, las **categorías** de las variables y sus frecuencias o intensidades. Por lo general, las categorías se colocan del lado izquierdo y las **frecuencias** del lado derecho, pero puede ser al revés dependiendo de la información.

El **Pie** se localiza en la parte inferior de la tabla, está destinado a las notas y aclaraciones indicadas en el título o en el cuerpo cuando son necesarias, además menciona **la fuente**

u origen de la información, podría no haber aclaraciones en un cuadro, pero la fuente si debe aparecer.

Ejemplo 2: Miguel Flores desea abrir una boutique de ropa para alumnas del CECyTE Campeche, el número total de mujeres es de 643, de las cuales, 240 prefieren vestir con falda, 180 con vestido, 72 con short y 151 con pants, esta información proviene del bufete de asesores mercadológicos Guiznar S. A. de C. V. año 2016. Presenta esta información en una tabla ordenada de mayor a menor y con sus porcentajes, incluye un encabezado y pie de página.

Razonamiento.
Para calcular el porcentaje de cada prenda, debemos obtener: La suma de las prendas consideradas, es decir 643. Para calcular el porcentaje de las faldas, vestidos, pants y shorts se hacen las siguientes operaciones:

$$\%\, faldas = \frac{240 * 100}{643} = 37.33\%$$

$$\%\, vestidos = \frac{180 * 100}{643} = 27.99\%$$

$$\%\, pants = \frac{151 * 100}{643} = 23.48\%$$

$$\%\, shorts = \frac{72 * 100}{643} = 11.20\%$$

BOUTIQUE ESTUDIANTIL, 2016

Clase	Cantidad	%
Falda	240	37.33
Vestido	180	27.99
Pants	151	23.48
Short	72	11.20
Total	643	100

Fuente: Bufete de asesores mercadológicas Guiznar S. A. de C V. año 2016.

1.3 Distribución de frecuencias.

Cuando se dispone de un gran número de datos, es útil concentrarlos de alguna forma, con ello se puede hacer la información más fácil de analizar y utilizar el distribuirlos en clases o categorías y determinar el número de individuos pertenecientes a cada categoría que será la frecuencia de clase.

Imagina que estuvieras a cargo de una zapatería y te encargan que hagas un pedido de calzado. ¿Cuántos pares de cada número ordenarías?, ¿Comprarías de todos los colores las mismas cantidades?, ¿Ordenarías las mismas cantidades de calzado para hombres que para mujeres? El contar con algún tipo de información sobre las características del calzado que se ha vendido en el último año sería de mucha utilidad, pero, esta información debería estar agrupada de alguna forma para evitar una lista interminable.

1.4 Terminología de los datos agrupados.

Cuando se a crear una tabla de frecuencias que contenga muchos datos, es difícil de elaborar y aún más de analizar, por ello, se recomienda agrupar en "paquetes los datos", es usual que el número de "paquetes de datos sea entre 5 y 10, aunque esto dependa de las necesidades de cada caso o lo que se nos solicite.
Una inquietud entre los jóvenes es su aspecto físico, una de estas características sin duda es la estatura, esta varía de región en región del país, de la edad, la herencia, la alimentación, etc.

Imagina que tu maestro te solicitara que hicieras un análisis y tabla de las estaturas de tus compañeros.
¡Tendrías que crear una tabla quizás desde 1.50 hasta 1.90!
Esto sería más fácil si agrupas datos

El **Intervalo de Clase** es un texto o símbolo que define a una clase, los Limites de Clase son los números extremos que aparecen en ese símbolo, el número menor será **límite inferior** de clase y el mayor el **límite superior**, pero también existe el **Intervalo de Clase Abierto** donde no puede haber un límite inferior o superior definido, el **Tamaño o la Anchura de Clase** es la distancia entre el límite inferior al superior.

Ejemplo 1.- Analiza la tabla siguiente y los conceptos aplicados a los datos.

Edad (años)	Cantidad
14 - 15	480
16 - 17	370
18 – 19	150
20 o mas	20

- Intervalo de clase 14 – 15
- Limites 14 inferior 15 superior.
- Intervalo de clase abierto 20 o más
- Tamaño o ancho de clase 15 -14= 1

Ejemplo 2: Los datos siguientes fueron indagados por un economista en 36 tiendas de una ciudad y representan los precios en pesos de planchas eléctricas, construye una tabla con 6 intervalos y con su fa, fr y fra. 60 75 82 77 65 70 67 65 78 73 69 66 72 66 68 74 61 66 74 79 67 74 80 75 70 66 76 78 79 75 72 79 69 70 74 72

Solución:

a) Ordenar datos. Se recomienda ordenar los datos, de preferencia en orden ascendente.

Cuando varios datos se repiten, se puede colocar un guion y el número de datos iguales.

60 – 1, 61 – 1, 65 – 2, 66 – 4, 67 – 2, 68 – 1, 69 – 2, 70 – 3, 72 – 3
73 – 1, 74 – 4, 75 – 3, 76 – 1, 77 – 1, 78 – 2, 79 – 3, 80 – 1, 82 – 1

b) Calcular el recorrido o rango de datos a incluir en la tabla, para esto se hace la resta del valor máximo menos el mínimo.

Recorrido = Máximo – Mínimo Recorrido = 82 – 60 = 22

c) Calcular los datos potenciales y la amplitud, esto nos permitirá conocer el número de valores que se incluirán en cada intervalo.

Datos Potenciales = Recorrido +1 Datos Potenciales = 22 +1 = 23

Amplitud = Datos potenciales / núm. de intervalos
Amplitud = 23 / 6 = 3.83 se sube al siguiente entero 4

d) Cálculo de los intervalos. Iniciamos con el valor menor e incluiremos el número de valores que nos indica la amplitud, es decir:

Descripción	Valores que incluirá	Nomenclatura
Valor mínimo e incluir 4 números	60,61,62,63	60 - 63
Valor siguiente al anterior e incluir 4 números	64,65,66,67	64 - 67
También se puede sumarle la amplitud MENOS UNO 68+3=71		68-71
Valor siguiente, valor sig. + 3	72 – (72+3)	72 - 75
Valor siguiente, valor sig. + 3	76 – (76+3)	76 -79
Valor siguiente, valor sig. + 3	80 – (80+3)	80 - 83
Nota: El número de renglones debe ser igual a los intervalos solicitados y el último valor debe ser igual o mayor al máximo.		

Con lo anterior ya contamos con la primera columna, la segunda columna se obtiene de ir contando los elementos que hay entre los valores de cada incremento. Ilustraremos los dos primeros renglones:

Costo	Incluye los datos	Nº de tiendas
60 – 63	60 – 1, 61 – 1	1+1 = 2
64 – 67	65 – 2, 66 – 4, 67 – 2	2+4+2 = 8

Costo de planchas eléctricas (pesos)

Costo	Nº de tiendas	fa	fr%	fra%
60 – 63	2	2	5.56%	**5.56%**
64 – 67	8	10	22.22%	**27.78%**
68 – 71	6	16	16.67%	**44.44%**
72 – 75	11	27	30.56%	**75.00%**
76 – 79	7	34	19.44%	**94.44%**
80 – 83	2	36	5.56%	**100.00%**
Suma	36		100.01%	
Nota: Puede haber un error de una unidad en el 100% por redondeo				

1.5 Gráficos estadísticos.

Uno de los objetivos de la estadística es comunicar los resultados de una investigación de manera clara y concisa, las representaciones graficas de esos resultados obedecen a esta intención.

Una forma de comunicar una gran cantidad de temas es usar las gráficas, las vemos a diario para decirnos si va subiendo o bajando el dólar, la gasolina, los contagios por CoVid 19, los índices de obesidad, desempleo, entre otros.

En los medios de comunicación se usan con mayor frecuencia las gráficas que las tablas estadísticas, ya que la mayoría de la población no comprende las tablas y mucho menos lee un texto o artículo que trate de temas que incluya información estadística de utilidad.

¿Sabes cuál es uno de los países con mayor índice de pobreza entre los miembros de OCDE? Otra pista es uno de los primeros lugares en consumo de refresco, otra pista sus habitantes ocupan uno de los primeros lugares en obesidad. Toda esta información casi siempre se muestra en gráficas estadísticas.

Una vez concentrados los datos en una tabla, se puede hacer la representación gráfica correspondiente. Un Grafico Estadístico es la representación de los datos estadísticos por medio de figuras geométricas (puntos, líneas, rectángulos, etc.) cuyas dimensiones son proporcionales al valor numérico de los datos.

El grafico es útil para dar una rápida idea de la situación general que se está analizando, permite determinar con un simple vistazo máximos, mínimos, variaciones del fenómeno y determinar soluciones.

a) Gráfico de Barras.
La construcción de este gráfico se basa en la representación de un valor numérico por un rectángulo. Las barras son usualmente verticales, pero también pueden ser horizontales.

b) Gráfico Circular, de sectores o Pastel
Es una forma alternativa del gráfico de barras, en su construcción se utiliza una circunferencia dividida en sectores angulares proporcional al valor de la variable. Es conveniente usar las fra para facilitar su Trazo.

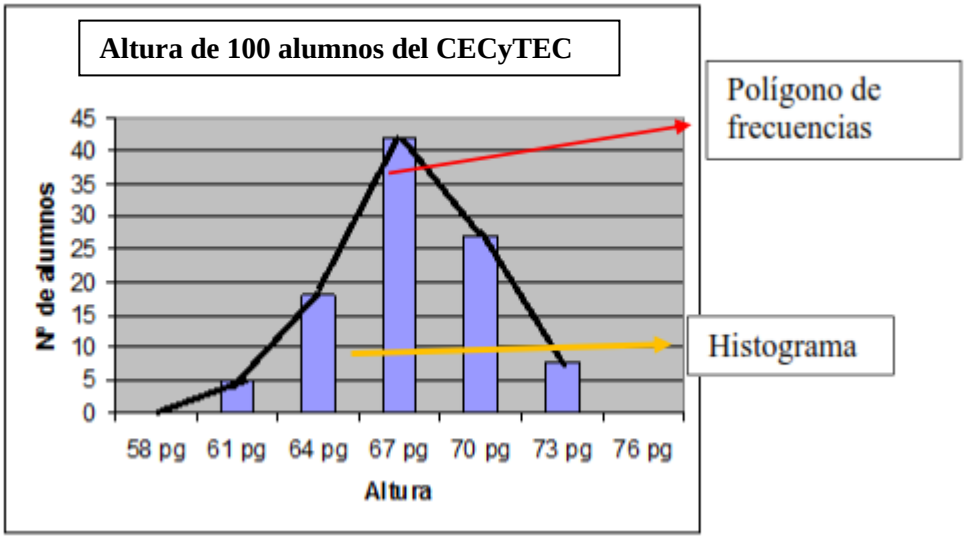
c) Histograma. Este es muy similar a gráfico de barras, solo que, con ciertas características, los centros de las barras sobre el eje "x" son las marcas de clase, además de prolongar estas marcas a línea inferior y superior. **El polígono de frecuencias** es la unión por medio de una línea de todas las frecuencias.

Ejemplo 2. De la tabla siguiente construye los gráficos antes mencionados.

Altura de 100 estudiantes del CECyTEC

Altura (pulg)	Cantidad
60 – 62	5
63 – 65	18
66 – 68	42
69 – 71	27
72 – 74	8

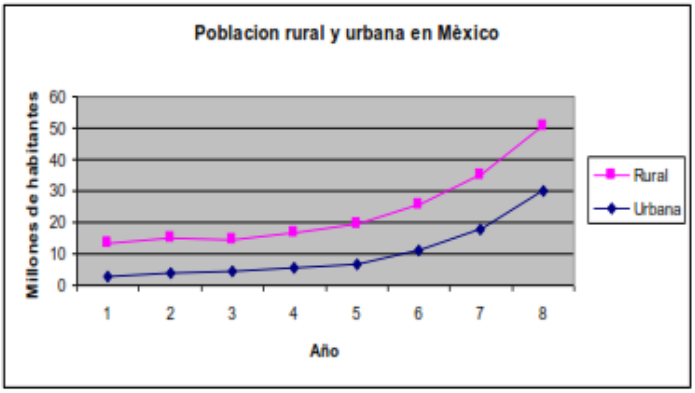
Primeramente, se determinan las **marcas de clase** 60 + 62 / 2 = 61, 64, 67, 70, 73, también se determina la inferior y superior, que son 58 y 76



d) Gráfico de líneas. Es muy útil para comparar los datos de distribuciones, esta consiste en unir por medio de segmentos de líneas las puntas que indican la frecuencia. Presenta la siguiente tabla por medio de un gráfico de líneas.

Población rural y urbana México 1900 – 1980 (millones)

Año	Urbana	Rural
1900	2.6	11.0
1910	3.7	11.5
1921	4.5	9.9
1930	5.5	11.0
1940	6.9	12.8
1950	11.0	14.8
1960	17.7	17.2
1970	29.8	20.9
1980	44.6	23.3



e) Pictograma

Es uno de los gráficos que atrae más la atención, consiste en representar por medio de figuras las magnitudes. Su desventaja principal es que no permite hacer comparaciones satisfactorias.

Se puede hacer fácilmente usando hojas electrónicas de cálculo (Excel)

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE 1

Resuelve los ejercicios que se solicitan a continuacion.
Se te aconseja que antes de resolver estos ejercicios practiques con los que aparecen en los ejemplos, esto con el fin de identificar tus fortalezas y debilidades. Una vez practicado si surgen dudas comunicate con tu profesor y posteriormente resuelve los ejercicios que se te asignen.
Cada ejercicio debera contener lo solicitado asi como tus datos personales y de la carrara a que perteneces.
Los ejercicios los resolveras en tu libreta o en hojas blancas según te indiquen.

TEMA 1.1

EJERCICIO 1: Escribe 2 ejemplos que contengan universo, población y muestra. Pueden ser de artículos de tu agrado como: celulares, motos, consolas de juegos, etc.

	Ejemplo 1	Ejemplo 2
Universo		
Muestra		
Elemento		

EJERCICIO 2. Clasificar las siguientes variables en: continua, discreta, nominal, ordinal:
- n° de alumnos por carrera
- comunidad en que viven los alumnos del curso de estadística
- color de ojos de un grupo de niños
- monto de pagos por concepto de aranceles en la universidad
- edad
- clasificación de la edad en: niño, joven, adulto y adulto mayor

EJERCICIO 3. De cada una de las siguientes situaciones responda las preguntas que se plantean:

- Un fabricante de medicamentos desea conocer la producción de personas cuya hipertensión (presión alta) puede ser controlada con un nuevo producto fabricado por la compañía. En un estudio a un grupo de 13,000 individuos hipertensos, se encontró que el 80% de ellos controló su presión con el nuevo medicamento.
- Según una encuesta realizada a 500 adultos mayores de la comuna de Santiago, reveló que en promedio realizan 6 visitas anuales al consultorio. En vista de los resultados el ministerio de salud deberá aumentar los recursos en un 10%.

a) ¿Cuál es la población en cada caso?
b) ¿Cuál es la muestra en cada caso?

TEMA 1.2

EJERCICIO 1: En la enciclopedia de México 3° Ed 1978 p 991, leemos que el número total de viviendas del país es de 8´826,369, de las cuales 2´494,950 tiene muros de adobe, 3´658,146 de ladrillo y 2´133,273 de madera u otros materiales. Esta información proviene del IX Censo General de Población de 1970. Presenta esta información en una tabla de mayor a menor y con sus porcentajes e incluye un encabezado y pie de página.

_____

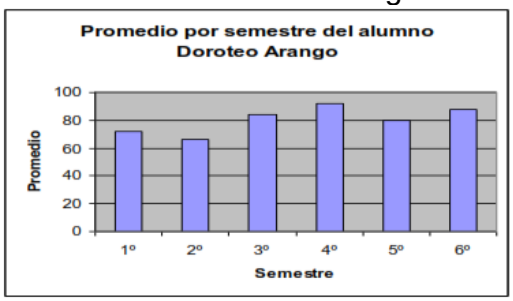
Tipo	Cantidad	%
Ladrillo		
Adobe		
Madera, otros		
Total		

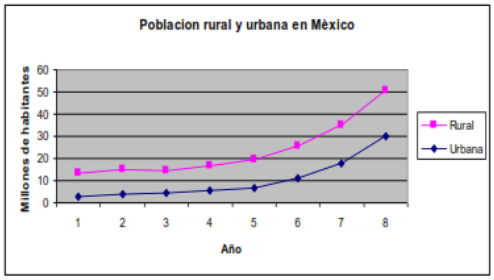
Fuente: : _____

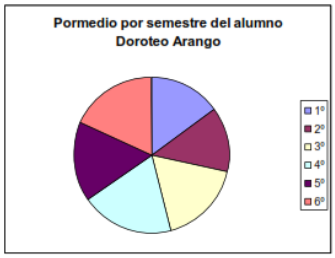
TEMA 1.5

EJERCICIO 1

Escribe el nombre de los siguientes gráficos:



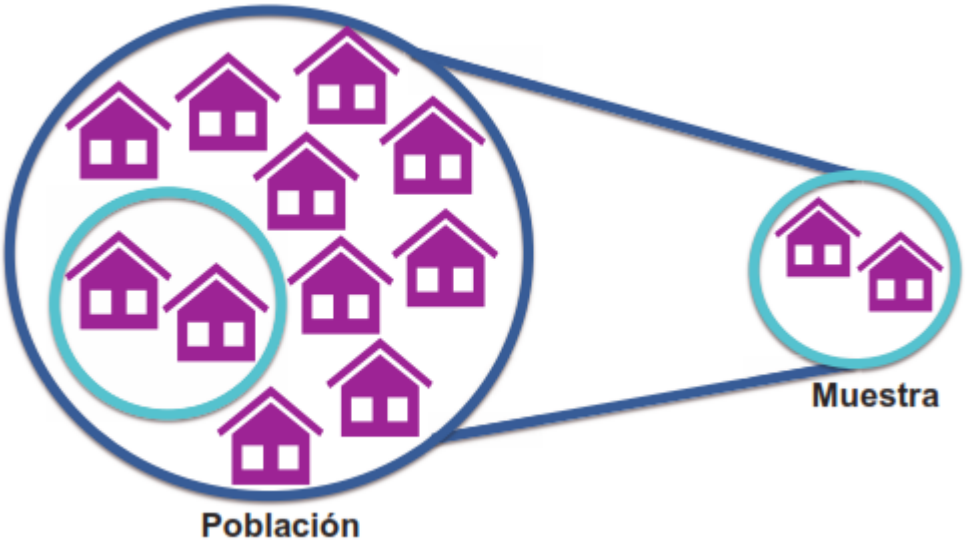




Cierre

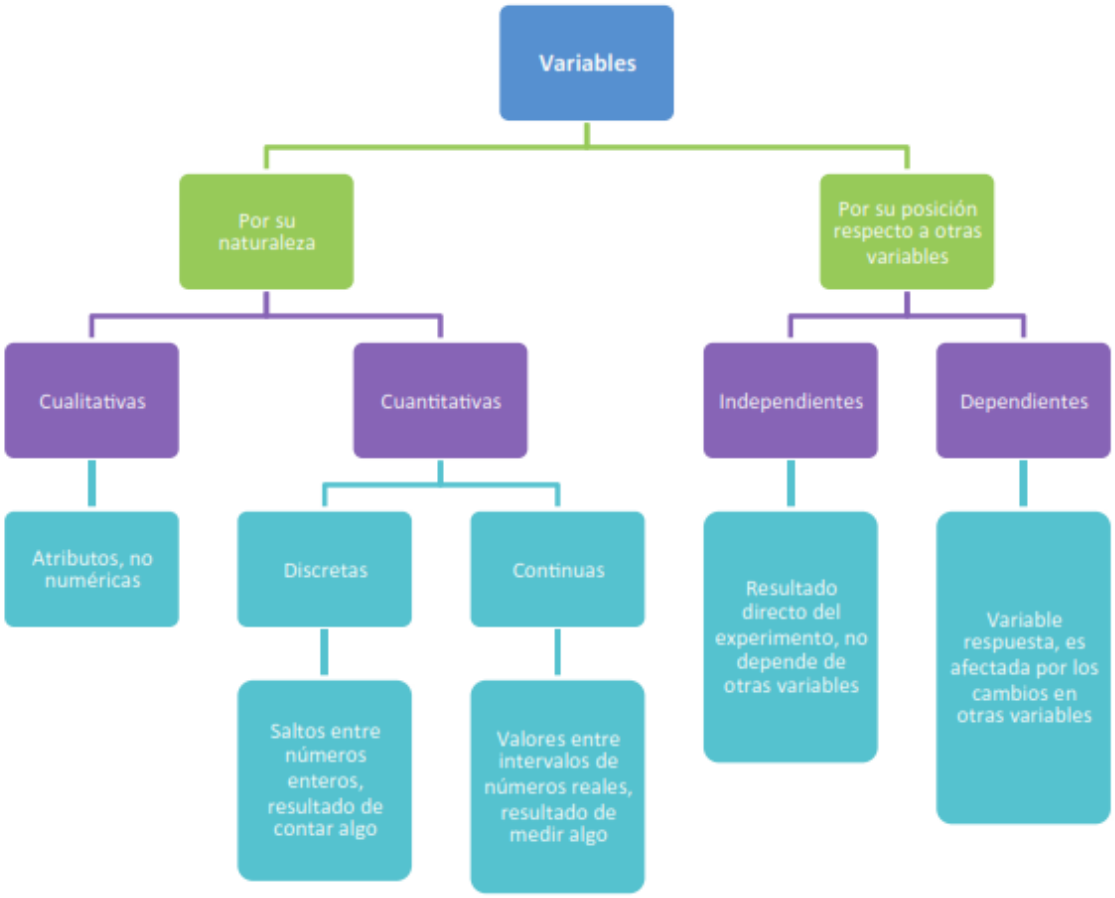
Recordemos que:

La **población** es el conjunto de elementos que te interesa analizar.
La **muestra** es un grupo de elementos de esa población.

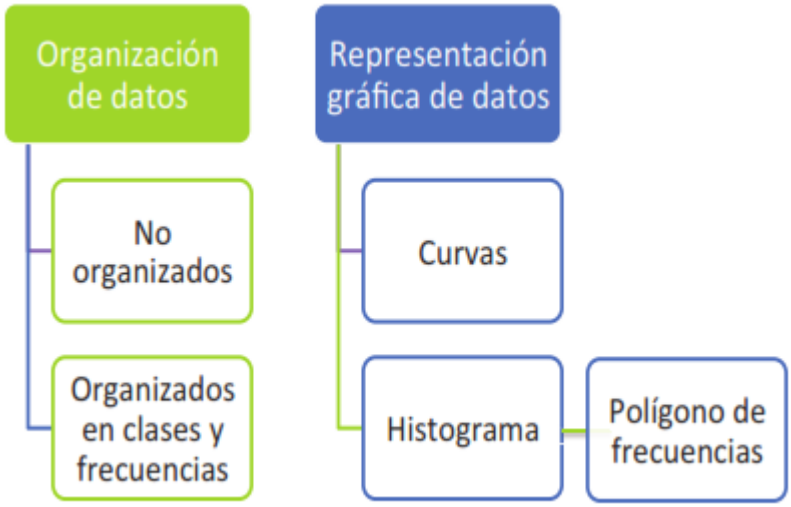


Instrumentos que te permiten medir las variables que deseas conocer. En el siguiente cuadro te presentamos un resumen de estas tres herramientas.

Clasificación de las variables



La información la podemos organizar y representar de la siguiente manera:



Observa detenidamente el siguiente diagrama de Venn-Euler y responde las preguntas:

1. ¿Cuál es el ser vivo que nada y que vuela y además es un ave?

_____

2. ¿Qué diferencias y similitudes tienen el loro, el pingüino y el pez volador?

_____
_____
_____

3. ¿Qué diferencias y similitudes tienen el avestruz, la mariposa y la ballena? Anota tus conclusiones.

_____
_____
_____

El diagrama anterior nos muestra una colección bien definida de objetos o elementos, que pueden ser cualquier cosa: números, personas, letras.
Un conjunto está bien definido si se puede saber con precisión si cualquiera de sus elementos pertenece o no pertenece al conjunto.
En nuestro ejemplo podríamos decir que:
A es el conjunto de las aves.
B es el conjunto de los seres vivos que vuelan.
C es el conjunto de los seres vivos que nadan.

TEORIA DE CONJUNTOS: Elementos básicos

2.1 Diagrama de Venn-Euler

Te habrás dado cuenta que los conjuntos también se pueden representar gráficamente mediante diagramas de Venn- Euler, que consisten en círculos que contienen en un interior los elementos del conjunto. En el estudio de conjuntos es necesario establecer uno de los conjuntos del cual proceden todos los conjuntos con los cuales se efectúan las operaciones. **Por ejemplo**: la mayoría de los conjuntos numéricos puede usarse como origen el conjunto de los números reales. Al conjunto que se considera como el origen de todos los conjuntos con los que estamos trabajando se le denomina conjunto universo y lo podemos representar con la letra **"U"** mayúscula, como ya se mencionó anteriormente. Este conjunto Universal será un rectángulo, que encierre todos los conjuntos representados por círculos, así podemos comprender que el complemento de un conjunto contiene todos los elementos de ese conjunto y que también pueden estar en el universo.

Analiza en tu casa las cosas que te rodean, podrás observar que están acomodadas de tal manera que sea fácil encontrarlas. Por ejemplo, en el refrigerador, encontrarás la fruta en un lado, en otro espacio encontrarás la leche o jugos, en otro espacio, la carne, etc.

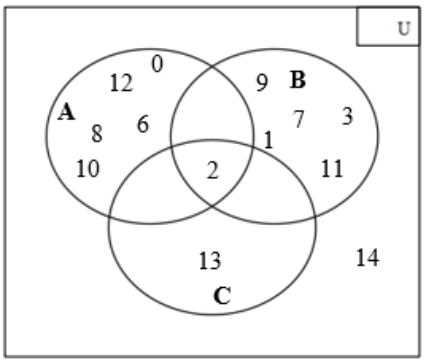
De igual manera los diagramas de Venn- Euler nos sirven para acomodar los conjuntos y establecer relaciones que tienen entre ellos.

Dibuja en tu cuaderno el refrigerador de tu casa y como ordenarías lo que hay adentro.

Ejemplo1: Dado los siguientes conjuntos:

$$U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\}$$
$$A = \{0,2,4,6,8,10,12\}$$
$$B = \{1,2,3,5,7,9,11\}$$
$$C = \{2,4,5,13\}$$

El diagrama de Venn- Euler del sistema formado con estos conjuntos es:



Ejemplo 2 Tu desempeño al realizar un trabajo:

2.2 Conjunto

Nuestro entorno está formado por conjuntos, por ejemplo; tu familia, escuela, casa, ropa, las estrellas, planetas, jugadores favoritos de algún deporte de nuestro gusto, etc., todos ellos son conjuntos. Dado que los conjuntos aparecen en todo nuestro entorno, es de vital importancia saber expresarlos y conocer los procedimientos para relacionar sus elementos con los de otros conjuntos.

En Matemáticas, los números y las cantidades son conjuntos; en Geometría o en Trigonometría las figuras geométricas también son conjuntos y tienen elementos en común, por ello es necesario conocer reglas, formas y operaciones que permitan trabajar con ellos y que sea posible usarlos en las aplicaciones cotidianas del ser humano.

Un conjunto es una colección de elementos organizados por alguna característica en común.

Es importante que el conjunto este definido sin ambigüedades, respecto a los elementos que forman parte de él. Conjunto: ”Clase de objetos definida apropiadamente”1.

Los conjuntos se definen con letras mayúsculas, a las cuales se asigna una expresión entre llaves y sus elementos se separan con comas. Cómo este es un tema muy amplio tu facilitador te explicará las propiedades de los conjuntos y sus operaciones con más detalle.

Observa dentro de tu mochila, las cosas que guardas en ella se organizan de acuerdo a ciertas características, por ejemplo, en tu lapicera guardas, lápices, lapiceros, colores, sacapuntas, borrador y cosas que te servirán en clases, en otro espacio de tu mochila guardas tus libretas de las diversas materias, en otro espacio tus libros, etc.
Como verás existen conjuntos de cosas que guaramos ordenadamente considerando ciertas características en común.
Los conjuntos pueden tener elementos de cualquier tipo: números, letras, objetos, personas…

Por ejemplo, este conjunto contiene frutas:

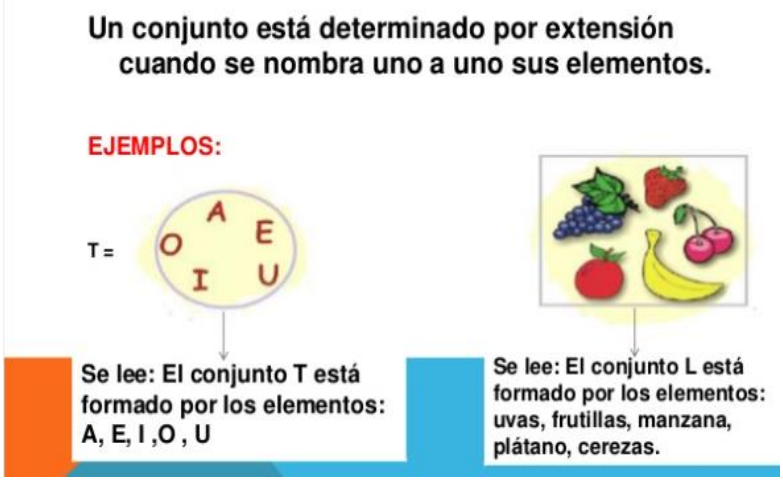
CONJUNTO:

Si deseas más información observa el video, esto permitirá entender el concepto básico sobre conjuntos. Copia este link en YouTube para ayudarte:

Observa el video y analiza.
https://www.youtube.com/watch?v=PZN6jyw1Nqk

Recordemos que los conjuntos se pueden definir ***por Comprensión o por Extensión***.

Por extensión cuando enumeras o nombras cada uno de los elementos.



1.- Se lee: el conjunto T está formado por los elementos:
<u>a,e,i,o,u.</u>

2.- El conjunto L está formado por los elementos:
<u>Uvas, fresa, manzana, platano, cerezas.</u>

Ejemplo 2.

$A = \{1,2,3,4,5,6\}$

Por comprensión cuando describes el conjunto por alguna característica en particular o en general.

Ejemplo 1:

Ejemplo 2:

$$A = \{x \,/ x \in N,\ x < 7\}$$

Conjunto **bien** definido.
V es el conjunto de vocales $V = \{a, e, i, o, u\}$

Conjunto que **no** está bien definido.
$M = \{10\ mejores\ deportistas\}$

Este segundo ejemplo no está bien definido por qué no se puede determinar ¿En qué deporte o deportes? o ¿Quiénes son?.

Rosita tiene un conjunto de frutas ella desea clasificar la fruta para colocarla dentro de su refrigerador, pretende colocarla según su estructura.

Observa el conjunto U=Universo de fruta que tiene Rosita para clasificar su fruta de la siguiente manera:
$U = \{Melón, Sandía, mango, uvas, fresas, plátono, manzanas, peras, \}$

Intenta practicar. Escribe en el conjunto A, las frutas de cáscara suave y en el conjunto B las frutas de cáscara dura.

Si no tienes el espacio suficiente escribe esta actividad de desarrollo en tu libreta de apuntes y en tu libreta de ejercicios inventa otros ejemplos como este.

A = {_____}
B = {_____}

Si Rosita quisiera agregar un conjunto donde indique frutas sin cáscara, cuales frutas escribiría dentro del conjunto C.
C = {_____}

2.3 Subconjunto

Cuando todos los elementos de un conjunto A son elementos contenidos en otro conjunto B, se dice que A es subconjunto de B. Esto se denota mediante la expresión $\boldsymbol{A \subset B}$.
Un subconjunto es una parte de un conjunto o bien que el subconjunto está incluido dentro de un conjunto más grande.
Si tú observas las cosas que tienen en la mochila, podrás observar que tienes varios subconjuntos dentro de la mochila, como ya habíamos analizado anteriormente. En una de las bolsas de tu mochila por ejemplo tienes otra bolsa donde tienes un subconjunto ejemplo monedero en el cual están incluidos todos los elementos de ese conjunto y ahí encontrarás tal vez monedas y billetes.

Si deseas más información Copia el link, Observa el video.
https://www.youtube.com/watch?v=e31Th_hFB5c

Analicemos un ejemplo sobre subconjuntos. Sean los conjuntos A y B:

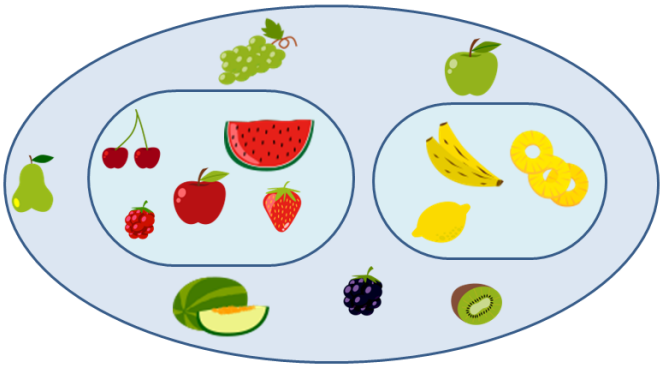
A = {1,3,5,7,18}
B = {1,7,18}

Donde podemos observar que: $\boldsymbol{B \subseteq A}$
B es subconjunto de A

Ejemplo 3:

Por ejemplo, el conjunto de frutas rojas y el conjunto de frutas amarillas son subconjuntos del conjunto de frutas, puesto que todas las frutas rojas son frutas, y todas las frutas amarillas son frutas también:

SUBCONJUNTOS:



2.4 Pertenencia

Un elemento pertenece a un conjunto, cuando este, está contenido dentro del conjunto de referencia.

El símbolo que se usa para indicar pertenencia es:

$\in$

Por el contrario, cuando un elemento no pertenece a un conjunto, quiere decir que ese elemento no está contenido en el conjunto de referencia.

Símbolo de no pertenece es:

$\notin$

Supongamos que tu escuela la observamos como un conjunto Universo, el grupo en el que estas inscrito(a) pertenece a tu escuela, esto nos indica que tu grupo está incluido dentro de ese grupo Universo.

Ejemplo si tú eres un estudiante del 6 A del CECyTEC, podríamos decir que el 6 A pertenece al CECyTEC.

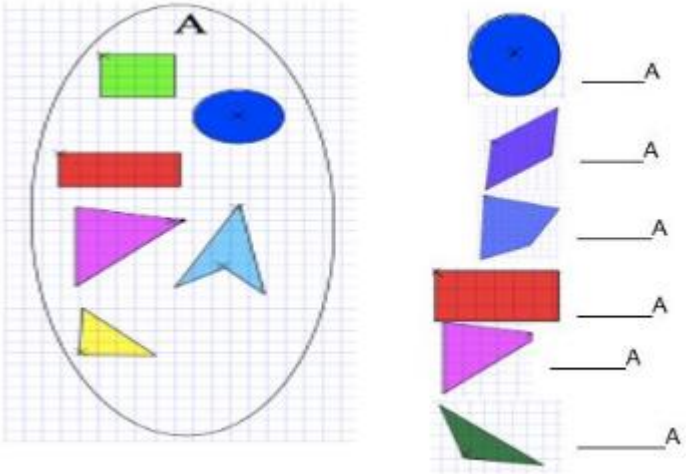
$U = \{estudiantes\ del\ C$ECyTEC$\}$

$A = \{estudiantes\ del\ 6A\ de\ la\ especialidad\ de$ Mecatrónica$\}$

Copia este link para buscar videos del tema: Observa el video.
https://www.youtube.com/watch?v=C260x7UApNg

Practica y si tienes dudas contacta a tu profesor:

Observa el siguiente conjunto A, e identifica que figura pertenece al conjunto y escribe el símbolo de “pertenece” o “no pertenece” según sea el caso.



2.5 Conjunto universo

El conjunto universo, es aquel que contiene a todos los elementos de interés, mayormente se representa con la letra **U** mayúscula.

Imagina a todos los planteles que pertenecen a la UEMSTIS, podemos considerarlo como un conjunto universo, es finito porque tiene un número limitado de planteles, lo podemos considerar como conjunto Universal.

Si hablamos de personas en el planeta tierra podemos considerarlo como conjunto Universal o Conjunto Universo de igual manera porque existen millones de personas en el planeta Tierra.

Existen Conjuntos Universos que están limitados y otros que son infinitos, como el conjunto Universal de las estrellas en el Universo estelar.

Entonces podemos observar que el Conjunto Universo puede estar determinado por un límite de elementos o bien de manera ilimitada.

Si deseas más información Observa el video.
https://www.youtube.com/watch?v=L_J0UOf_u5s

En el siguiente ejemplo se presenta el conjunto universo
$\boldsymbol{U} = \{\boldsymbol{x} \,/\boldsymbol{x}\ \boldsymbol{es\ una\ letra\ de\ nuestro\ alfabeto\ en\ M}\text{é}\boldsymbol{xico}\}$

2.6 Conjunto vacío

El conjunto vacío, es el conjunto que no contiene elementos. Se representa con las siguientes expresiones o símbolos: Ø { }

Analicemos al conjunto vacío. En esta contingencia, analicemos el mes de mayo de 2020, si te pregunto ¿En este momento cuantos estudiantes están en clases normales? La respuesta será ningún estudiante porque todos están en sus casas realizando sus tareas y trabajos. Podemos afirmar que si le asignamos una letra para determinar el conjunto podemos decir:
$A = \{Estudiantes\ que\ est\text{á}n\ en\ clase\ en\ el\ mes\ de\ mayo\ 2020\}$

Este conjunto es vacío $\boldsymbol{A} = \{\ \}$ o A= Ø

Observa el video y analiza. https://www.youtube.com/watch?v=L_J0UOf_u5s

Un ejemplo del conjunto Vacío se presenta cuando queremos definir al conjunto de todos los números naturales que sean negativos, es decir: $\boldsymbol{B = \{x\ /x < 0,\ x \in N\}}$

Sabemos que los números Naturales se definen como enteros positivos, por lo que en este conjunto no pueden existir negativos, en consecuencia, $\boldsymbol{B = \emptyset}$

Ejemplo: En un experimento lanzamos un dado, representamos los posibles resultados con los elementos del conjunto R.

R = {1,2,3,4,5,6}

F = {$al\ lanzar\ el\ dado\ obtengo\ el\ número$ 9}

¿Cómo es el conjunto resultante?: **Este conjunto es vacío F = { } o F= Ø ya que los dados solo tienen números del 1 al 6**

2.7 Operaciones con conjuntos

2.7.1 Unión

La unión de conjuntos, consiste en formar un conjunto que contenga todos los elementos de los conjuntos que se unen. Así la unión del conjunto A con el conjunto B es el conjunto que tiene todos los elementos del conjunto A y todos los elementos de B. El símbolo de la unión es ∪ de tal manera que, para representar la unión de los conjuntos A y el conjunto B, se representa $A \cup B = B \cup A$ (No confundir el símbolo de unión ∪ con el de universo U)

Cuando se unen dos conjuntos, el nuevo conjunto unión, está formado por los elementos de ambos conjuntos, quiere decir que pertenecen al primer conjunto o al segundo conjunto.

Si considero dos conjuntos A y B como conjuntos se puede definir de la siguiente manera:
$\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{x}/\ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B}\}$

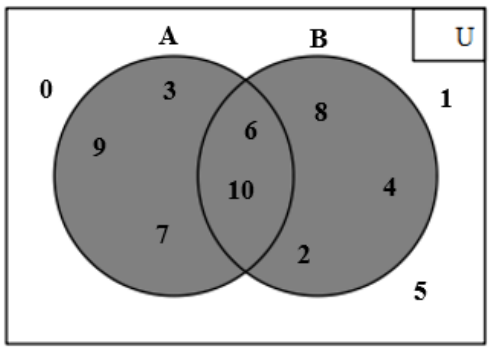
Ejemplo:
Sean los siguientes conjuntos:
$\boldsymbol{U}$ = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
$\boldsymbol{A}$ = {3,6,7,9,10}
$\boldsymbol{B}$ = {2,4,6,8,10}

Entonces

$A \cup B$ = {2,3,4,6,7,8,9,10}

Esta unión se puede representar mediante un diagrama de Venn- Euler.

$A \cup B$ = {2,3,4,6,7,8,9,10}



2.7.2 Intersección

La intersección de conjuntos, es el conjunto formado con todos los elementos de un conjunto que también pertenecen a otro conjunto, es decir, la intersección del conjunto A con el conjunto B es el conjunto de todos los elementos del conjunto A que pertenecen al conjunto B y viceversa. El símbolo de la intersección es ∩.

La intersección se expresa de la siguiente manera $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$.
También se cumple que $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{B} \cap \mathbf{A}$

Cuando tenemos dos conjuntos, ejemplo el conjunto A y el Conjunto B, la intersección de estos dos conjuntos, es un nuevo conjunto en el cual están contenidos los elementos comunes de ambos conjuntos, lo cual quiere decir que están tanto en el Conjunto A y en el conjunto B.

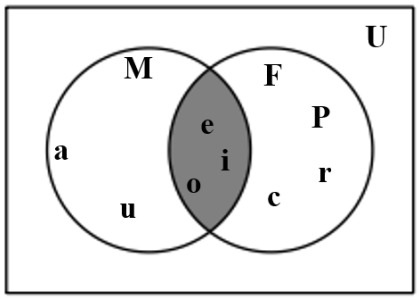
Se puede definir de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{x} / \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B}\}$$

Ejemplo: Sea los conjuntos:
$M = \{a, e, i, o, u\}$
$F = \{p, e, r, i, c, o\}$

La intersección de los dos conjuntos es:
$M \cap F = \{e, i, o\}$

Se puede representar mediante un diagrama de Venn- Euler.
$M \cap F = \{e, i, o\}$



2.7.3 Complemento

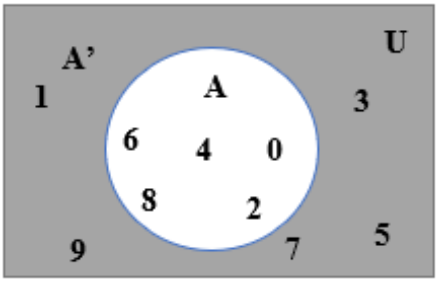
Sea A un subconjunto, de un conjunto universal U. El complemento del conjunto A, considerando el Universo U, es el conjunto A' o A^c, de todos los elementos del universo U, que no pertenecen al conjunto A.
El conjunto complemento se refiere a comprender que si en un conjunto ejemplo A, deseamos determinar su complemento, este nuevo conjunto complemento son los elemento que están en el Universo y no pertenecen al conjunto A, se puede definir como se expresa a continuación:

$$\boldsymbol{A}^c = \boldsymbol{A}' = \{\boldsymbol{x} / \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{U} \wedge \boldsymbol{x} \notin \boldsymbol{A}\}$$

Ejemplo:
Sea el conjunto Universo y el conjunto A
U = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
A = {0,2,4,6,8}
Su complemento es:
A^c o A'= {1,3,5,7,9}

Esto se puede representar en un diagrama de Venn Euler.

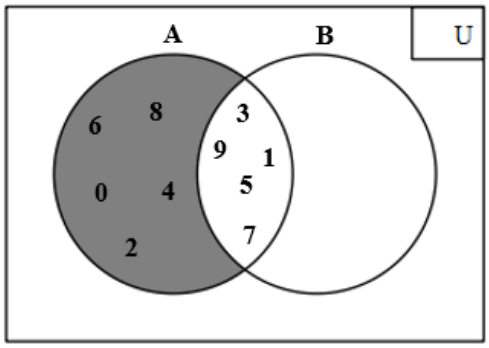
A^c o A'= {1,3,5,7,9}



2.7.4 Diferencia
La diferencia entre los conjuntos A y B, se pueden representar de la siguiente manera: A-B o B-A, que dan lugar a conjuntos diferentes.
A-B es el conjunto de todos los elementos de A que no pertenecen a B, mientras que B-A es el conjunto de todos los elementos de B que no pertenecen al conjunto A.
Si consideramos al conjunto A y al conjunto B, la diferencia A-B, es el conjunto de elementos de A que no son elementos de B determinándolos de la siguiente manera:
$\boldsymbol{A}$ - $\boldsymbol{B}$ = $\{\boldsymbol{x} / \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{x} \notin \boldsymbol{B}\}$
Por el contrario B-A se puede entender de la siguiente manera:
$\boldsymbol{B}$ - $\boldsymbol{A}$ = $\{\boldsymbol{x} / \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{x} \notin \boldsymbol{A}\}$

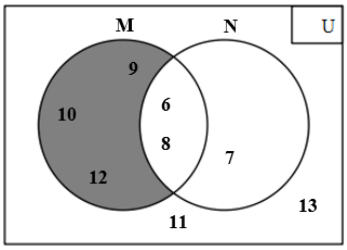
Ejemplo: Sean los conjuntos
A = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
B = {1,3,5,7,9}
A - B = {0,2,4,6,8}

Esto se puede representar con un diagrama de Venn- Euler.
A - B = {0,2,4,6,8}



Proponemos otro ejemplo.
Sea el siguiente Universo U, conjuntos M y N.

U = {6,7,8,9,10,11,12,13}
M = {6,8,9,10,12}
N = {6,7,8}
M - N = {9,10,12}
M - N = {9,10,12}



Actividades de aprendizaje

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 2

1.- Lee el texto brindado
2.- Revisa los ejemplos, trata de entenderlo, anota tus dudas y contacta a tu docente.
3.- Una vez resueltas tus dudas trata de resolver los ejemplos proporcionados y ve en donde fallaste
5.- Realiza las actividades solicitadas

Tema 2.2:
Resuelve el siguiente ejercicio y escribe los siguientes conjuntos por extensión en tu libreta.
Conjunto P de planetas del sistema solar.

P = { _____ }

Conjunto de números Naturales.

N = { _____ }

Conjunto de números Enteros

Z = { _____ }

Conjunto de números pares menores que 10

A = { _____ }

Tema: 2.3

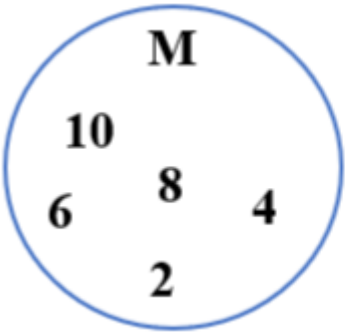
Analiza los siguientes conjuntos e indica quien es el subconjunto.
Sean los conjuntos F y G

$$\boldsymbol{F} = \{\boldsymbol{Figuras\ geométricas}\}$$
$$\boldsymbol{G} = \{\boldsymbol{Triágulos}, \boldsymbol{cuadriláteros}\}$$

____ es subconjunto de ____

¿Porque? _____

Tema: 2.4
Resuelve el siguiente ejercicio con números, escribe los símbolos de “pertenece” o “no pertenece”.



2 _____ M

3 _____ M

4 _____ M

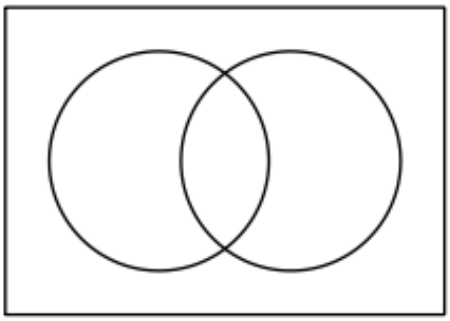
12 _____ M

Tema 2.7
Desarrolla en tu libreta el siguiente ejercicio:
1.- Dados los conjuntos:

U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}
A={2,4,6,8,10,12}
B={1,2,3,5,7,11}

$A \cup B$ = { _____ }

Represéntalo en el diagrama de Venn- Euler



Cierre

Recuerda:

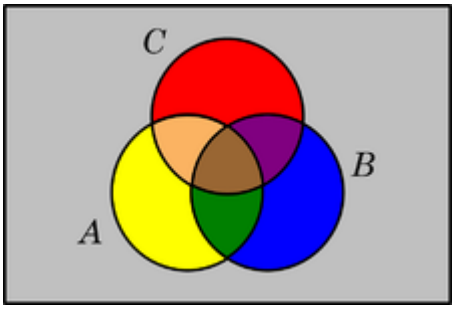
Los conjuntos se denotan habitualmente con letras mayúsculas. Los objetos que componen el conjunto se llaman elementos o subconjuntos. Se dice que “pertenecen” al conjunto y se denotan en letras minúsculas. La expresión a ϵ A se lee como “a es elemento de A”, “a está en A”, “a pertenece a A”,
“A contiene a a”. Para indicar la noción contraria, que a no es elemento de A se usa el símbolo ∉.

Para definir correctamente un conjunto hay que considerar las siguientes reglas:

a) El conjunto ha de estar bien definido, no debe dar cabida a confusiones como, por ejemplo, que un elemento esté y no esté en el conjunto. Debe ser preciso, por ejemplo: sea B el conjunto de los días de la semana,
B = {domingo, lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado}.

b) El orden de los elementos es irrelevante. Pueden aparecer en cualquier orden, por ejemplo: sea M el conjunto de las vocales, M = {a, i, o, u, e}.

El conjunto universo se representa con un rectángulo y en su interior el resto de conjuntos.



Apertura

Los juegos de azar son probablemente tan antiguos como el deseo humano de obtener algo a cambio de nada; pero sus implicaciones matemáticas no llegaron a apreciarse hasta que Fermat y Pascal redujeron a leyes el azar en 1654.

Una de las aplicaciones de las probabilidades más importantes en estadística es la inferencia estadística, que se liga a las formas en que podemos predecir que ocurra un evento teniendo información de cómo ha sucedido en una determinada población.

Podemos hacer inferencia en un experimento determinado, cuando obtenemos datos a partir de muestras aleatorias o a partir de experimentos al azar.

La razón es que cuando utilizamos el azar para escoger a los individuos de una población para hacer una muestra o para proporcionar a determinados sujetos que están en un experimento, un tratamiento determinado, cada elemento o individuo de la población de que se trata tiene la misma probabilidad de ser elegido.

Las leyes de la probabilidad nos permitirán responder a la pregunta ¿qué ocurriría si lo repitiéramos muchas veces?, por lo que desarrollaremos algunos experimentos para comprender su aplicación.

Las muestras son partes de una población, y deben seguir determinadas reglas para poder ser representativas.

Utilizamos muestras porque en general no podemos entrevistar a toda la población ya que sería muy difícil y caro. Por ejemplo, cuando queremos saber la opinión de determinadas acciones del gobierno, conocer las tendencias electorales, o cuando realizamos un experimento de un medicamento.

Si elegimos los elementos integrantes de una muestra al azar, esto nos permitirá inferir resultados y considerar la opinión de quienes entrevistamos como si fuera la opinión de toda la población bajo ciertos parámetros que analizaremos más adelante.

A esta muestra se denomina muestreo aleatorio simple, donde todos los elementos de la población estudiada tienen una misma probabilidad distinta de cero de ser seleccionados. Si lanzamos una moneda 10 veces, seguramente no salieron 5 águilas y 5 caras de la moneda. Sin embargo, si lanzas una moneda muchas más veces, lo más probable es que obtengamos la proporción aproximada de una cara y de otra, aunque no exactamente en la misma proporción.

Esta posibilidad de obtener de una muestra al azar una aproximación de resultados a los resultados esperados que, en teoría deberían ser iguales, se denomina error aleatorio o de muestreo. Recordaremos también otros conceptos que nos permitirán comprender mejor la inferencia estadística.

Población en términos estadísticos la definimos como la totalidad del conjunto de nuestro interés y que es finita. La muestra es un subconjunto seleccionado de esta.

Actividad de apertura:
Instrucciones:
En cada una de las siguientes situaciones identifica la población de interés que representaría la muestra y explica como harías la recolección de una misma:
• Un político quiere saber si la mayoría de los habitantes de un Municipio está de acuerdo con la legislación relativa a las pensiones de adultos mayores.

_____

_____

_____

• Un investigador quiere saber cuál es el promedio de consumo de agua para los hogares en una localidad.

_____

_____

_____

• Un empresario quiere saber cuál es el tiempo promedio en que se mantienen prendidos los focos que se producen en su fábrica.

_____

_____

TECNICAS DE CONTEO

3.1 ELEMENTOS BÁSICOS

A las técnicas de conteo también se les conoce como análisis combinatorio; permite determinar el número posible de resultados lógicos que cabe esperar al realizar algún experimento o evento, sin necesidad de enumerarlos todos.

Con frecuencia se presentan problemas en los cuales, por ejemplo, una institución bancaria debe proporcionar a los usuarios una tarjeta de crédito o de débito; una compañía de teléfonos debe asignar a cada suscriptor un número; y un gobierno estatal una placa de circulación para cada vehículo. La solución de este tipo de problemas implica calcular cuántos subconjuntos distintos se pueden se pueden formar con un conjunto de números. El sistema elegido, debe ser lo suficientemente amplio para cubrir el número de usuarios previsto.

A cada número, objeto o suceso se le llama elemento; a cada colección o grupo de elementos se le identifica como una combinación, y a cada ordenamiento único se le identifica como una permutación.

Una combinación es un conjunto de elementos diferentes en cualquier orden.

Una permutación se caracteriza por el orden de los elementos que la forman.

Analiza: Una cafetería indica que con los ingredientes lechuga, tomate, salsa de tomate y cebolla, se puede preparar una hamburguesa, en una de sus 16 formas posibles. ¿Está el anuncio en lo correcto? Para corroborar la información del anuncio, indica con un Sí que se añade ese ingrediente, o de lo contrario, un No. Utiliza la siguiente tabla:

	Lechuga	Tomate	Salsa	Cebolla
1	Sí	Sí	Sí	Sí
2	Sí	Sí	Sí	No
3	Sí	Sí	No	Sí
4	Sí	Sí	No	No
5	Sí	No	Sí	Sí
6	Sí	No	Sí	No
7	Sí	No	No	Sí
8	Sí	No	No	No
9	No	Sí	Sí	Sí
10	No	Sí	Sí	No
11	No	Sí	No	Sí
12	No	Sí	No	No
13	No	No	Sí	Sí
14	No	No	Sí	No
15	No	No	No	Sí
16	No	No	No	No

Si con esos cuatro ingredientes puede prepararse la hamburguesa en 16 formas distintas, ¿de cuántas formas podría prepararse si hubiera 10 ingredientes disponibles? ¿Es necesario enumerarlos para saber de cuántas formas pueden prepararse una hamburguesa?

Practica: 1. Revisa la imagen y responde lo que se plantea a continuación:

Rojo Azul Verde Azul Verde Café

a) ¿De cuántas maneras distintas pueden combinarse las prendas si se las pone un compañero?

1.- Rojo y azul
2.- Rojo y verde
3.- Rojo y café
4.- Azul y azul
5.- Azul y verde
6.- Azul y café
7.- verde y azul
8.- verde y verde
9.- Verde y café

R= 9 combinaciones posibles

3.2.ESPACIO MUESTRAL, EVENTO Y DIAGRAMA DE ÁRBOL

El conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio se conoce como **espacio muestral**; cada uno de ellos es un **punto muestral** y el resultado que obtenemos o esperamos obtener al realizar una o varias veces el mismo experimento es un **evento o suceso**. Los **eventos** se clasifican en dos: **Evento elemental o simple**: Es conjunto formado por un solo resultado. **Evento compuesto:** Es el conjunto formado por dos o más posibles resultados.

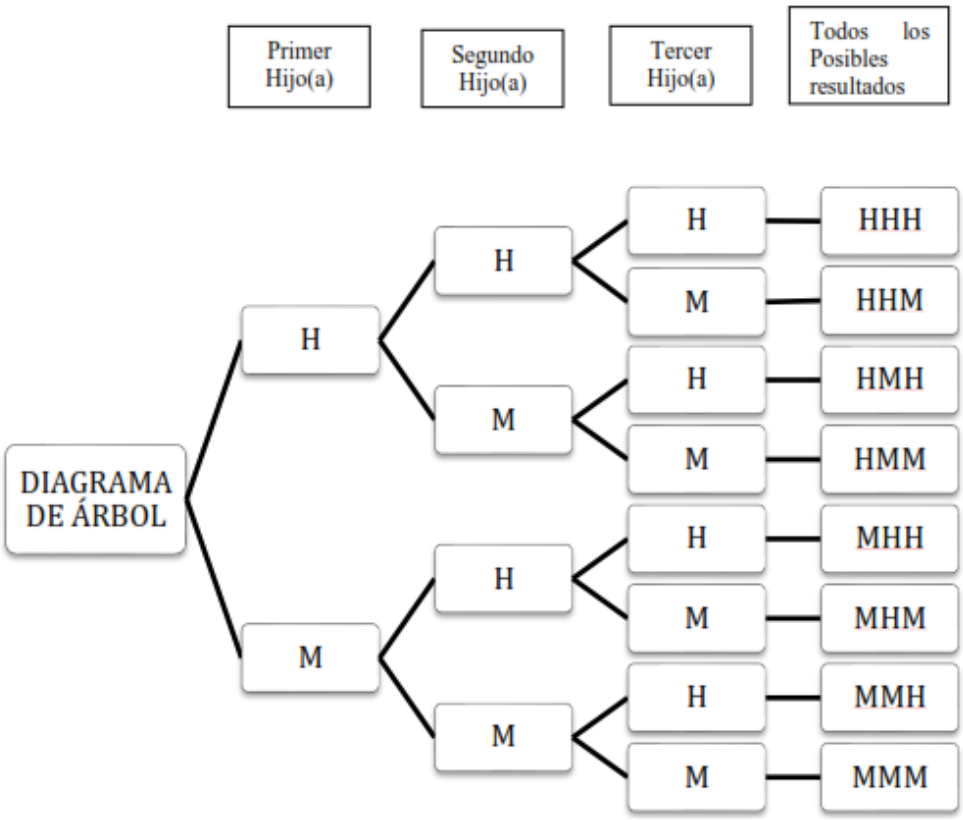
Si el experimento se repite dos o más veces, el número de resultados posibles cambia notoriamente al igual que la naturaleza de los puntos muestrales. Veamos.

Ejemplo: Determinamos el espacio muestral resultante de echar dos volados.
Solución: se trata de un experimento formado por dos repeticiones del mismo tipo: echar un volado.

Pensando un poco, encontramos que los resultados posibles pueden ser 2 águilas, 1 águila y 1 sol, 1 sol y un águila, 2 soles. Usando las iníciales correspondientes, podemos anotar este espacio muestral como sigue: (**AA, AS, SA, SS**)

Como acabamos de ver, la determinación del espacio muestral de experimentos que implican una o dos repeticiones de su tipo, como echar uno o dos volados, tirar dos veces un dado, planear tener dos hijos, es muy fácil ya que basta una simple inspección. No obstante, cuando se quiere conocer a todos los resultados posibles de una serie de experimentos o repeticiones del mismo tipo, en el cual los puntos muestrales son necesariamente eventos conjuntos, esa facilidad desaparece rápidamente y se torna más y más difícil a medida que se alarga la serie. Por fortuna, para resolver estos casos existe una técnica conocida como: **DIAGRAMA DE ÁRBOL**, cuya aplicación conduce metódicamente al espacio muestral que se quiere conocer. Explicaremos en que consiste recurriendo a un ejemplo.

Ejemplo; Se nos informa que una pareja planea procrear tres hijos. ¿De cuántas maneras diferentes puede suceder este hecho? En otras palabras: ¿Cuál es el espacio muestral del experimento "procrear 3 hijos"?
Solución: Sea H el evento "ser Hombre" y M el evento "ser Mujer". Es evidente que el primer hijo puede ser tanto de un sexo como del otro; las dos ramas primarias de la figura siguiente ilustran la situación. Para el segundo y el tercer hijo, la posibilidad de cualquiera de los dos sexos sigue siendo la misma; en consecuencia, de cada rama primaria se desprenden dos secundarias y, de cada secundaria, dos terciarias con lo cual se termina el diagrama necesario para resolver el problema.



3.3. PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA MULTIPLICACIÓN

El **principio fundamental** de **conteo** establece que si hay "p" formas de hacer una cosa, y "q" formas de hacer otra cosa, entonces hay "p × q" formas de hacer ambas cosas, (resultados posibles del experimento). El **principio** de **conteo** puede extenderse a situaciones donde tenga más de 2 opciones, por ejemplo, si hay "*p*" formas de hacer una cosa, "*q*" formas para una segunda cosa, y "*r*" formas de hacer una tercera cosa, entonces hay "$p \times q \times r$" formas de hacer las tres cosas.

Ejemplo 1.

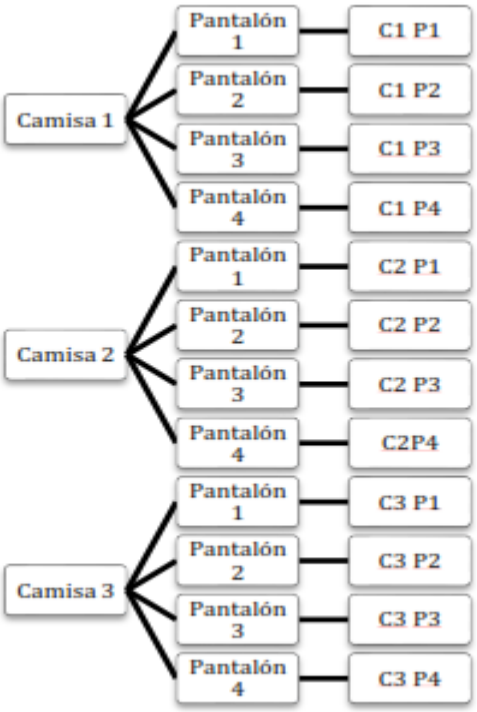
Silvia tiene 3 camisas (Blusas) llamémoslas C_1, C_2, C_3, y 4 pantalones (llamémoslos P_1, P_2, P_3, P_4). Entonces Silvia puede hacer, 3 × 4 = 12 combinaciones posibles:

C_1P_1, C_1P_2, C_1P_3, C_1P_4

C_2P_1, C_2P_2, C_2P_3, C_2P_4

C_3P_1, C_3P_2, C_3P_3, C_3P_4

Esta ordenación puede ilustrarse con un "diagrama de árbol" como se muestra en la figura siguiente:



Ejemplo 2.
Suponga que lanza un dado de 6 lados y elige una ficha de domino de 28 piezas. Hay 6 resultados
posibles con el dado, y 28 resultados posibles con el grupo de piezas del domino, así, hay un total de
6 × 28 = 168 resultados posibles del experimento, ¿será práctico elaborar el diagrama de árbol para saber el número de resultados posibles?

3.4 PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA SUMA

Si un evento «A» se puede realizar de «m» maneras diferentes, y otro evento «B» se puede realizar de «n» maneras diferentes, además, si ocurre uno no puede ocurrir el otro, (son mutuamente excluyentes) entonces, el evento A o el evento B, se realizarán de m + n formas.
Es decir, aquí ocurre A u ocurre B. El «o» indica suma.

Ejemplo 1¿De cuántas formas se puede ir de la ciudad "A" hasta la ciudad "B" sabiendo que se dispone de 3 autos diferentes 4 y trenes distintos? El viaje se puede realizar en auto o en tren.
Dado que el viaje se puede realizar en auto o en tren, **se tienen 3 + 4 = 7 opciones diferentes para ir de la ciudad "A" hasta la ciudad "B".**

Ejemplo 2 ¿Cuántos resultados se pueden obtener si se lanza un dado o una moneda?
Solución: Es evidente que al lanzar un dado se tienen seis resultados posibles, y al lanzar una moneda, se tienen 2 resultados posibles, por lo tanto:
El número de resultados posibles es 2 + 6 = 8

3.5.OPERACIONES CON FACTORIALES, COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

Definimos una combinación, como un acomodo de "n" objetos diferentes, en subconjuntos de "r" elementos, (con n = r) en donde el orden en que están dispuestos los objetos no importa.
La notación factorial es útil cuando se trata de calcular el número de posibles combinaciones o permutaciones para un evento dado.

Ejemplo 1; Se tienen 3 colores diferentes (por ejemplo, Verde, Amarillo y Café) y se desea saber ¿cuántas combinaciones diferentes de 2 colores son posibles?
Solución; Las combinaciones se pueden calcular "a píe", del siguiente modo Verde-Amarillo, Verde Café, Amarillo-Café, son tres posibilidades, es muy importante hacer notar que este resultado se podría calcular utilizando la siguiente fórmula para combinaciones:

$$ {}_nC_r = \frac{n\,!}{r\,!\,(n-r)\,!} $$

Ejemplo 2. Seleccionar dos platillos de verduras de un menú en el que hay que cinco opciones diferentes.

Solución: $_5C_2 = \frac{5\,!}{2\,!\,(5-2)\,!} = \frac{5\ x\ 4\ x\ 3\,!}{2\,!\,(3)\,!} = 10$

Ejemplo 3. De un grupo de 9 personas, se van a seleccionar 3, para experimentar una nueva vacuna contra el coronavirus, ¿Cuántos grupos diferentes de tres personas se pueden formar?

Solución: $_9C_3 = \frac{9\,!}{3\,!\,(9-3)\,!}\ \frac{9\ x\ 8\ x\ 7\ x\ 6\,!}{3\,!\,(6)\,!} = \frac{9\ x\ 8\ x\ 7}{3\ x\ 2\ x\ 1} = 84$

3.6. COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

Analiza los siguientes ejemplos

Ésta fórmula sirve para calcular el número de combinaciones con un total de “n” objetos en subgrupos de ”r” y se lee del siguiente modo “n en r” y también si simboliza de la siguiente forma

$\binom{n}{r} = \frac{n\,!}{r\,!\,(n-r)\,!}$ para el ejemplo anterior n = 3 colores y r=2, (grupos de dos en dos).

Utilizando la fórmula $_3C_2 = \frac{3\,!}{2\,!\,(3-2)\,!} = \frac{3\ x\ 2\ x\ 1}{2\ x\ 1\ (1)} = \frac{6}{2} = 3$

Es probable que hasta este punto pueda parecer trivial esta fórmula, sin embargo, resulta de extraordinaria utilidad cuando se trata de resolver situaciones como la siguiente:

Ejemplo 1: ¿Cuántas combinaciones de tres colores diferentes se pueden formar, si se tienen 10 colores disponibles?

Solución: Utilizando nuestra fórmula $_nC_r = \frac{n\,!}{r\,!\,(n-r)\,!} =$ $_{10}C_3 = \frac{10\,!}{3\,!\,(10-3)\,!} =$

$= \frac{10\ x\ 9\ x\ 8\ x\ 7\,!}{3\,!\,(10-3)\,!} =$ $= \frac{10\ x\ 9\ x\ 8\ x\ 7\,!}{3\,!\,(7)\,!}$ cancelando términos 7! del numerador con 7! del denominador, $= \frac{10\ x\ 9\ x\ 8}{3\,!} = \frac{10\ x\ 9\ x\ 8}{3\ x\ 2\ x\ 1}$ = 120 combinaciones posibles

3.7 PERMUTACIONES

Supón que tienes tres cifras diferentes, por ejemplo 1, 2, 3, ¿Cuántos números diferentes de dos cifras se pueden formar, sin que haya dos cifras iguales? La respuesta se puede ilustrar como sigue, 12, 13, 23, 21, 31, 32, claramente se entiende que 12 o 21, son dos números diferentes y cuenta como dos posibilidades distintas, esa es la diferencia respecto a las combinaciones, en combinaciones el orden no es relevante, en permutaciones el orden si es importante.

El número de permutaciones de un subconjunto de "r" elementos seleccionados de un conjunto de "n" elementos diferentes, está dado por:

$$ {}_{n}P_{r} = \frac{n\,!}{(n-r)\,!} $$

Algunos autores la expresan

$$ P_{r}^{n} = \frac{n\,!}{(n-r)\,!} $$

Analiza el siguiente ejemplo

Ejemplo 1: ¿De cuántas formas diferentes es posible agrupar las cifras 1, 2, 3, en grupos de tres?

Solución: 123, 132, 213, 231, 312, 321.

Lo anterior también podría enunciarse como ¿Cuántos números diferentes de tres cifras pueden formarse con los números 1, 2 y 3?

Utilizando la fórmula $ {}_{3}P_{3} = \frac{3\,!}{(3-3)\,!} = \frac{3\,!}{0\,!} = \frac{3\,!}{1} = 3 \times 2 \times 1 = 6 $

Recuerda que el factorial de cero se define igual a 1 (0! = 1)

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 3

INDICACIONES PARA EL ALUMNO:

1.- Lee el texto brindado
2.- Revisa los ejemplos y transcribelos tratando de entender de donde salio cada elemnto
3.- Anota tus dudas y contacta a tu docente
4.- Una vez resueltas tus dudas trata de resolver los ejemplos proporcionados y ve en donde fallaste
5.- Realiza las actividades solicitadas

RESOLUCION DE EJERCICIOS:
Resuelve los siguientes ejercicios en tu libreta.

Tema: 3.1
1.-Supongamos que un restaurante ofrece 5 entradas, 4 platos principales y 3 postres. ¿De cuántas formas un cliente puede ordenar una comida? Da un ejemplo.

Tema 3.3
2.- ¿Cuántos números de 3 cifras distintas pueden formarse con los dígitos 1, 3, 5, 7,9? Da un ejemplo.

Tema 3.4
3.- ¿Cuántos números pares de 2 cifras empiezan con 1 o 2? Da 2 ejemplos

Tema 3.6
4.- Con las 5 vocales cuantos grupos de 3 letras podemos formar teniendo en cuenta que ninguna letra se puede repetir y que el orden no importa. Un ejemplo

Tema 3.7.
5.- ¿Cuántas banderas diferentes, de tres franjas horizontales de igual ancho y de colores distintos, pueden confeccionarse a partir de siete colores diferentes? 3 ejemplos

Cierre

Para aprender más:

• En Geogebra, encontrarás una calculadora donde directamente puedes obtener las combinaciones y permutaciones. Únicamente sustituyendo los valores de n y r https://tube.geogebra.org/material/simple/id/155519

• Geogebra. La calculadora gráfica para geometría, cálculo, estadística y 3D: https://www.geogebra.org

• Técnicas de conteo. Combinaciones y permutaciones: http://www.slideshare.net/valentintrs/tcnicas-de-conteo-10538178?next_slideshow=2 y en http://www.itch.edu.mx/academic/industrial/sabaticorita/_private/01Concepto.htm

• El uso de árbol de probabilidad . Probabilidades condicional e independencia http://www.zweigmedia.com/MundoReal/tutorialsf15e/frames7_5B.html

RECONOCE LA DIVERSIDAD DE SITUACIONES QUE PRECISAN DE LA INCERTIDUMBRE EN EL TRATAMIENTO DEL RIESGO.

4.1 REGLAS DE PROBABILIDAD

En el ámbito de la probabilidad existen variadas reglas que responden a diversos cuestionamientos. Entre dichas reglas se encuentran la probabilidad de la unión; del complemento; de la diferencia; conjunta, condicional y Teorema de Bayes, por mencionar algunos. Es importante recalcar que en lo que respecta a este curso, nos centraremos en las dos últimas de las cuales ubicarás sus principales características e identificarás los elementos de un conjunto a partir de los tipos de eventos que ahí encuentres.

4.1.1Probabilidad condicional

En ocasiones sucede que un evento influye en que otro se pueda presentar.
¿Recuerdas si has estado en una situación con esas características? En estadística se podría hacer referencia a la probabilidad condicional.

De manera formal, la probabilidad condicional se interpreta de la siguiente manera:

- Si se sabe que ya ocurrió el evento B, la probabilidad de que también haya ocurrido A se escribe: P (A|B) y se lee “la probabilidad de A dado B”.
- P (A|B) equivale a calcular la probabilidad de A cuando el espacio muestral se reduce a B.
  Y la fórmula para calcularla es la siguiente:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

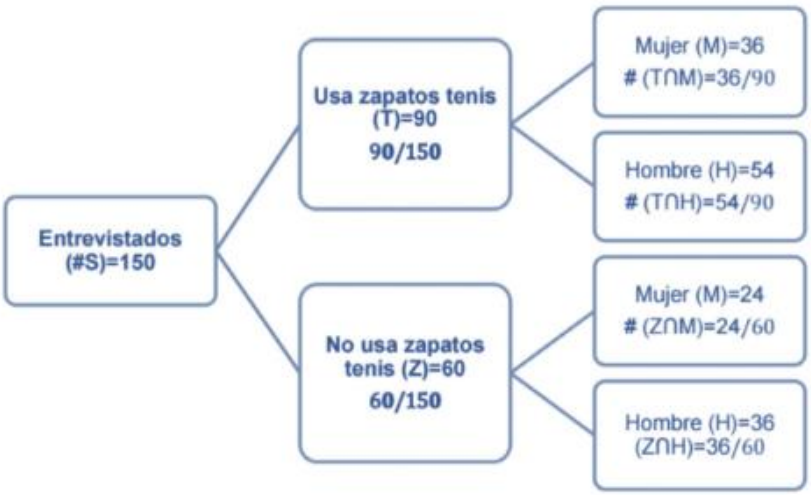
Analicemos un ejemplo donde deseamos conocer una condición basándonos en la regla de probabilidad. La condición de partida será: “seleccionar al azar a una mujer que usa zapatos tenis”

Los datos tomados están en la siguiente tabla:

Tipo de calzado	Hombre	Mujer	Total
Usa zapatos tenis	36	54	90
No usa zapatos tenis	24	36	60
Total	60	90	150

Haremos uso del árbol de probabilidad, el cual ya se estudió con anterioridad. Es importante destacar que se realiza a partir de la tabla de contingencia previa:

Árbol de probabilidad condicional



En cada caso, y una vez que están claras las condiciones para formular la probabilidad, es posible calcular:

Es mujer dado que usa tenis = 36/90 = 0.4
Es hombre dado que usa tenis = 54/90 = 0.6
Es mujer dado que no usa zapatos tenis = 24/60= 0.4
Es hombre dado que no usa zapatos tenis = 36/60 =0.6

Como habrás podido observar, hay dos maneras para identificar la probabilidad condicional, una con la construcción del árbol de probabilidad, y la segunda a partir de la fórmula del recuadro.

Para desarrollar ésta última, tomaremos como condición la probabilidad de elegir a una mujer al azar dado que usa tenis (condición 1). Y tenemos lo siguiente:
P (T∩M) = (P (T∩M))/PM = P (T∩M) = 36/90=0.4

Al comparar el resultado anterior con la primera condición resultante del árbol de probabilidad de arriba, podemos concluir que coinciden. Por tanto, la interpretación es que la probabilidad de que una mujer elegida al azar use tenis es de 40%.

4.2 TEOREMA DE BAYES

El teorema de Bayes, nos permite calcular la probabilidad de que ocurra un evento, a partir de valores conocidos de otras probabilidades relacionadas al evento. El teorema de Bayes lo encontramos de dos formas diferentes, en su forma simple y en su forma extendida. Solo veremos la forma simple.

Forma simple del teorema de Bayes:

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

Donde:

- A y B son eventos, y además: P(B) ≠ 0.
- P(A|B): es la probabilidad de que ocurra A, dado que ha ocurrido B.
- P(B|A): es la probabilidad de que ocurra B, dado que ha ocurrido A.
- P(A): es la probabilidad de que ocurra A.
- P(B): es la probabilidad de que ocurra B.

El teorema expresa la probabilidad de que ocurra el evento A, dado que ha ocurrido B, en función de la probabilidad de que ocurra B dado que ha ocurrido A, de la probabilidad de A y de la probabilidad de B.

En la práctica tiene muchísimas aplicaciones, por ejemplo, conociendo la probabilidad de que una persona tenga fiebre dado que tiene gripe, nos permite calcular la probabilidad de que una persona que tiene gripe, dado que tiene fiebre. Tiene, además, aplicaciones importantísimas en la detección del cáncer y otras enfermedades.

Ejemplos:

En el CECyTEC, la probabilidad de que a un alumno seleccionado al azar le guste el helado es del 60 %, mientras que la probabilidad de que a un alumno le guste la torta es del 36 %. Además, se sabe que la probabilidad de que a un alumno le guste la torta dado que le gusta el helado es del 40 %. Calcular la probabilidad de que a un alumno le guste el helado, dado que le gusta la torta.

Solución: Primero definimos **los 2 eventos** con los que vamos a trabajar:

h: que a un alumno le guste el helado.

t: que a un alumno le guste la torta

Tenemos los siguientes datos:

P(h) = 0,6.

P(t) = 0,36.

P(t|h) = 0,4.

Nos piden calcular $P(h|t)$. Así que Aplicamos el teorema de Bayes:

$$P(h|t) = \frac{P(h) * P(t|h)}{P(t)}$$

$$P(h|t) = \frac{(0.6) * (0,4)}{(0.36)} = \frac{0.24}{0.36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3} = 0.6667 = 66.67\%$$

Por lo tanto, la probabilidad de que un alumno le guste el helado dado que le gusta la torta es de **0.6667 o 66.67 %**.

Actividades de aprendizaje

EJERCICIOS DEL TEOREMA DE BAYES

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE 4

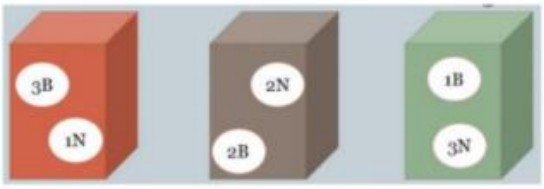
EJERCICIO 1

Una empresa de celulares tiene dos máquinas A y B. El 54% de los celulares producidos son hechos por la máquina A y el resto por la máquina B. No todos los celulares producidos están en buen estado.

La proporción de celulares defectuosos hechos por A es 0.2 y por B es 0.5. ¿Cuál es la probabilidad de que un celular de dicha fábrica sea defectuoso? ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que un celular es defectuoso, proceda de la máquina A?

EJERCICIO 2

Tres cajas contienen bolas blancas y negras. La composición de cada una de ellas es la siguiente: C1 = {3B, 1N}, C2 = {2B, 2N}, C3 = {1B, 3N}.



Se elige al azar una de las cajas y se extrae de ella una bola al azar la cual resulta ser blanca. ¿Cuál es la caja con mayor probabilidad de haber sido elegida?

COLEGIO DE ESTUDIOS CIENTÍFICOS Y TECNOLÓGICOS DEL ESTADO DE CAMPECHE
"LISTA DE COTEJO DE PROBABILIDAD Y ESTADISTICA"

NOMBRE DEL ALUMNO:			
CARRERA:			**PARCIAL: Primero**
CICLO ESCOLAR 2021-2022	**SEMESTRE: VI**	**GRUPO:**	**APRENDIZAJES ESPERADOS:** • Usa un lenguaje propio para situaciones de la probabilidad. • Usa técnicas de conteo o agrupación en la determinación de probabilidades. • Reconoce la diversidad de situaciones
PRODUCTOS ESPERADOS: • Manejo De La Información •Ejercicios de Teoría de conjuntos • Ejercicios de técnicas de conteo.			

PLAN DE EVALUACIÓN			
NOMBRE	**TIPO**	**ALCANCE**	**PONDERACIÓN**
Ejercicios de los aprendizajes esperados	**Formativa**	**Heteroevaluación**	**100 %**

Indicadores	**SÍ**	**NO**	**OBSERVACIONES**
1.- ¿Señala de manera correcta ejemplos de universo y muestra? **(5%)**			
2.- ¿Clasifica las variables: Continuas, Discretas, Nominal y Ordinal? **(5%)**			
3.- ¿Responde las preguntas de población y muestra? **(5%)**			
4.- ¿Realizó el llenado de la tabla de información? **(5%)**			
5.- ¿Nombra correctamente los diferentes tipos de graficas? **(5%)**			
6.- ¿Escribe correctamente los Conjuntos solicitados? **(5%)**			
7.- Identifica los Subconjuntos **(5%)**			
8.- Coloca de manera correcta el símbolo de pertenencia y No pertenencia **(5%)**			
9.- ¿Realiza de manera correcta los ejercicios de conjuntos y lo representa en diagramas de Euler? **(10%)**			
10.- ¿Resuelve de manera correcta y con procedimientos claros los ejercicios de **Técnicas De Conteo**? **(25%)**			
11.- ¿Resuelve de manera correcta y con procedimientos claros los ejercicios de **Teoremas de Bayes**? **(25%)**			
TOTAL			

COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ATRIBUTOS:
4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
4.5 Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

NOMBRE Y FIRMA DE QUIEN EVALUÓ:	**OBSERVACIONES:**

Referencias Bibliográficas

- Méndez, I., Eslava, G. y Romero, P. (2004). Conceptos básicos de muestreo.
- Monografías vol. 12, No. 27., Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Spiegel, M. (2003). Probabilidad y Estadística. México: McGraw-Hill.
- http://www.ub.edu/stat/GrupsInnovacio/Statmedia/demo/Temas/Capitulo6
- B0C6m1t9.htm
- http://www.universoformulas.com/estadistica/inferencia/muestreo-estrati cado/
- http://www.vitutor.com/pro/2/a_e.html